

سری سوم تمرین‌های ریاضی ۲

۲۳ اسفند ۱۳۹۶

تمرین‌های کتاب

تمرین ۱: معادله متقارن و معادله پارامتری خط گذرنده از دو نقطه $(1, 4, -1)$ و $(-2, -3, 6)$ را بدست آورید.

تمرین ۲: صفحات زیر را بر حسب پارامتر λ توصیف کنید:

$$x + y + z = \lambda \quad ۱.$$

$$x + \lambda y + \lambda z = \lambda \quad ۲.$$

$$\lambda x + \sqrt{1 - \lambda^2} y = 1 \quad ۳.$$

تمرین ۳: توضیح دهید که چگونه می‌توان بررسی کرد که ۴ نقطه در فضای \mathbb{R}^3 هم صفحه‌اند.

تمرین ۴: فاصله‌های زیر را بیابید:

$$۱. \text{ فاصله مبدا تا خط } z = x + 1 = y - 2$$

$$۲. \text{ فاصله مبدا تا صفحه } x + 2y + 3z = 4$$

$$۳. \text{ فاصله نقطه } (1, 2, 0) \text{ تا صفحه } 3x - 4y - 5z = 2$$

$$۴. \text{ فاصله بین دو خط به معادله‌های } \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - 2z = -5 \end{cases} \text{ و } \begin{cases} x + 2y = -1 \\ y + 2z = 3 \end{cases}$$

تمرین ۵: نشان دهید خط $x - 2 = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{4}$ با صفحه $2y - z = 1$ موازی است. فاصله خط و صفحه چقدر است؟

تمرین ۶: مختصات جدید نقاط زیر را بیابید:

$$۱. \text{ مختصات نقطه } (4, \pi/3, 2\pi/3) \text{ از کروی به استوانه‌ای و دکارتی}$$

$$۲. \text{ مختصات نقطه } (2, \pi/6, -2) \text{ از استوانه‌ای به کروی و دکارتی}$$

$$۳. \text{ مختصات نقطه } (2, -1, 1) \text{ از دکارتی به کروی و استوانه‌ای}$$

تمرین ۷: ناحیه جواب معادله‌های زیر را در فضای سه بعدی مشخص کنید:

$$\theta = \pi/4 \quad .1$$

$$\phi = \pi/3 \quad .2$$

$$\rho = 2\cos\phi \quad .3$$

$$z = 2r \quad .4$$

تمرین ۸: (کمترین) فاصله دو خط زیر را در فضای \mathbb{R}^4 را بیابید:

$$\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{5} = w-4$$

$$x+3 = \frac{y-2}{3} = z+1 = \frac{w+3}{-2}$$

تمرین ۹: (کمترین) فاصله نقطه $A = (-1, 2, 1, 4)$ تا صفحه $-3x + 2y + z - w = 3$ را بیابید.

تمرین ۱۰: حجم متوازی‌السطوح حاصل از بردارهای زیر را بدست آورید:

$$(1, -1, 2, 0, 3), (2, 1, -1, -1, -1), (4, 0, 2, 0, 1)$$

تمرین ۱۱: نوع رویه‌های زیر را مشخص کنید (با رسم شکل):

$$x^2 + 2y^2 + z^2 - 2x + 4z - 22 = 0 \quad .1$$

$$5x^2 + 6y^2 + 4z - 4x = 14 \quad .2$$

$$-x^2 + y^2 - z^2 - 2x + 2z = 0 \quad .3$$

$$x = z^2 \quad .4$$

تمرین ۱۲: فرم کانونی رویه درجه دوم زیر بدست آورید و نوع آن را مشخص کنید.

$$5x^2 + 5y^2 + 2z^2 + 8xy + 4xz + 4yz + 3x - 2y = 2$$

نمونه سوال‌های امتحانی

سوال ۱ (نیم‌سال دوم ۸۸-۸۹): تمام مقادیر a را طوری بیابید که دو خط زیر در \mathbb{R}^3 روی یک صفحه قرار گیرند:

$$\{t(a, 2, 0) + (-1, 0, -1) : t \in \mathbb{R}\} \text{ و } \{t(2, 3, 2) + (1, 2a, 1) : t \in \mathbb{R}\}$$